Wie ein Hochhaus ohne Fundament

Dr. Thomas Royar, Praxis Kopfzahlat ®

Um überhaupt Mathematik betreiben zu können – das heißt um nicht nur ohne Sinn und Verstand „Rechenaufgaben“ irgendwie in „Ergebnisse“ zu verhandeln – muss man einige Dinge grundlegend verstanden haben. Man muss eine breite Vorstellung davon haben, was Zahlen eigentlich sind und was durch die Ziffern ausgedrückt werden kann. Zentral dabei ist, dass Zahlen auch für die gemeinsame Eigenschaft gleich großer Mengen stehen, und zwar unabhängig davon, aus welchen Elementen diese Mengen bestehen. Das klingt nicht nur komplex, das ist es auch. Aber nur wenn ich Beziehungen zwischen Zahlen auch als Beziehungen zwischen Mengen denken kann und nicht nur als Reihenfolge ergeben Operationen mit Zahlen überhaupt einen tieferen Sinn. Bereits zweistellige Zahlen (und mehrstellige erst recht) kann ich nicht verstehen, wenn ich nicht in Beziehungen denken kann. Eine Zahl wie dreizehn muss ich nicht nur als Zahl nach zwölf und in ihrer Schreibweise 13 kennen, ich muss sie als Zusammensetzung von „zehn“ und „drei“ denken können und auch wissen, dass „zehn“ sowohl eine Menge aus zehn einzelnen Elementen bedeuten kann als auch eine daraus neu geschaffene Einheit. Auch das ist nicht simpel. Die Rechenoperationen darf ich dann nicht nur als Handlungsanweisungen verstehen, sondern ich muss sie auch als Aussagen über Zahlbeziehungen begreifen. Wenn ich zum Beispiel „plus“ nur als „zusammenzählen“ und „minus“ nur als „wegnehmen“ auffasse, dann fällt es mir schwer zu begreifen, weshalb die Subtraktion als Umkehrung der Addition gilt: Ich kann ja ohne Probleme Äpfel und Birnen zusammenzählen, aber doch nicht Äpfel von Birnen wegnehmen. Ohne die Vorstellung von Zahlen als Mengeneigenschaften bleibt auch das Verständnis mathematischer Operationen lückenhaft. Dies wiederum erschwert dann auch die notwendige Automatisierung des kleinen Einspluseins und des kleinen Einmaleins: Das Lernen von sehr ähnlich klingenden „Merksätzen“, zwischen denen ich keine inhaltslogische Verbindung aufbauen kann, ist eine ungleich größere Herausforderung als das Herleiten aufgrund von Zusammenhängen. Wenn ich gerade vergessen habe, was 7 mal 8 „ist“, kann ich es mir vielleicht rasch aus 7 mal 7 plus 7 rekonstruieren – aber nur, wenn ich die Beziehungen nutzen kann. Ansonsten bin ich ziemlich hilflos und kann bestenfalls durch das „Herunterleiern“ der Reihe oder mühsames Adddieren (8+8+8….) versuchen, wieder auf das richtige Ergebnis „zu kommen“.

Und entsprechend setzen sich die Probleme immer weiter fort und verstärken sich, wenn diese Grundlagen fehlen. Jede kompensatorische Anstrengung stößt nach relativ kurzer Zeit wieder an Grenzen und etwas Neues muss mit viel Aufwand „zurechtgebastelt“ werden. So ertrinken die betroffenen Kinder oft regelrecht in einem Meer an Unverstandenem und Unverbundenem, in das man Ihnen zwecks Bewältigung oft noch mehr Wasser in Form von Erklärungsversuchen, Materialien, Tricks, Methoden und Algorithmen hineinschüttet.

Die meisten Kinder mit massiven Rechenschwächen, auch wenn sie bereits in höheren Klassen sind, haben eine oder mehrere genau dieser Grundlagen fundamental nicht verstanden. Ihr Mathematiklernen gleicht dem Versuch, ein Hochhaus ohne Fundament zu errichten. Egal, wie sorgfältig sie versuchen, sich im oberen Stockwerk einzurichten, stets beginnt es zu wanken und droht einzustürzen.

So kann man natürlich beim Bruchrechnen beispielsweise versuchen, dies über Bruchvorstellungen und Rechenregeln auch rechenschwachen Kindern nahezubringen. Bis zu einem gewissen Punkt geht das sogar oft. Aber dann holt einem eben doch die Vergangenheit ein: um mit den Brüchen rechnen zu können werden ja fast alle Grundlagen der vorherigen Klassen vorausgesetzt. Sobald ich die konkrete und anschauliche Handlungsebene („eine halbe Pizza und eine dreiviertel Pizza“) verlasse, werden die „Ziffernwüsten“ für die Kinder nur immer abenteuerlicher: Einstellige und mehrstellige Zahlen, die nun oberhalb und unterhalb von Strichen stehen und mit Rechenzeichen verbunden sind, die nun mit zusätzlichen Sonderregeln ausgestattet sind. Ohne aber das Bruchrechnen verstanden zu haben ist es fast nicht möglich, das Prozentrechnen zu verstehen. Den Dreisatz bekomme ich nur schwer auf die Reihe, wenn ich nicht gelernt habe, in mathematischen Beziehungen zu denken. Algebra bleibt dann ein vollkommen abstraktes Manipulieren mit Zeichen, das keinen Sinn mehr ergeben kann.

Es hilft nichts: Wenn der Aufbau der Mathematik am Anfang, ganz gleich aus welchen Gründen, gründlich „schief gegangen“ ist, muss man zurück an diesen Anfang.